Cours de physique de 6^e secondaire - 2021-2022
En cours de rédaction et correction - ne pas distribuer
tout commentaire bienvenu par email à manueldephysique@educode.be

Alexandra David - Corinne Leyssen - Nicolas Pettiaux - Matteo Poncé

2 juin 2022

Table des matières

1 Énergie de l'oscillateur harmonique 1
- 1.1 Vidéos à regarder 1
- 1.2 Différentes formes d'énergie d'un oscillateur harmonique 1
- 1.3 Energie totale d'un oscillateur harmonique 1
- 1.4 Que représente k ? 1
- 1.5 Évolution au cours du temps des énergies cinétique, potentielle et totale. 2
- 1.6 Énergie d'un oscillateur harmonique - exercices 2
  - 1.6.1 Exercice 1 2
  - 1.6.2 Exercice 2 2
  - 1.6.3 Exercice 3 2
  - 1.6.4 Exercice 4 2
  - 1.6.5 Exercice 5 3
  - 1.6.6 Exercice 6 3

2 Résolutions 4

1 Énergie de l'oscillateur harmonique

1.1 Vidéos à regarder

1. Bilan énergétique de l'oscillateur horizontal
2. Énergie d'un oscillateur masse-ressort horizontal

1.2 Différentes formes d'énergie d'un oscillateur harmonique

1. Energie cinétique (due à la vitesse) : $E = \frac{1}{2}mv^2$
2. Energie potentielle gravifique (due à la hauteur) : $E = mgh$
3. Energie potentielle élastique (due à la compression ou dilatation d'un ressort) $E = \frac{1}{2}ky^2$

1.3 Energie totale d'un oscillateur harmonique

L'énergie totale mécanique d'un oscillateur harmonique est la somme des énergies cinétique et potentielle (gravifique pour un pendule simple et élastique pour un ressort horizontal).

Dans le cas où les frottements sont négligés, l'énergie totale reste constante (principe de conservation d'énergie).

Exprimons mathématiquement ce principe en répondant à la question :

En toute généralité, quelle est l'énergie totale d'un oscillateur harmonique (que ce soit un pendule simple ou un pendule élastique) ?

Lorsqu'un oscillateur harmonique est à une position extrême (+A ou -A), l'énergie cinétique est nulle et l'énergie potentielle maximale (énergie potentielle gravifique pour un pendule simple et énergie potentielle élastique pour un ressort horizontal).

De même, pour un oscillateur harmonique (quel qu'il soit), lorsque la vitesse est maximale, l'énergie potentielle est nulle (énergie potentielle gravifique pour un pendule simple et énergie potentielle élastique pour un ressort horizontal). L'énergie totale de l'OH (E_T) est donc égale à $E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$

Or nous savons que : $E_\mathrm{T} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ avec $v_{\max} = A\omega$. Donc $E_\mathrm{T} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$

Or T et ω ne varient pas au cours de l'oscillation, elles sont constantes.

Notons $k = m\omega^2$ où k est une constante. On trouve $E_{\text{totale}} = \frac{1}{2}kA^2$ qui est donc l'énergie totale d'un oscillateur harmonique.

1.4 Que représente k ?

L'énergie totale d'un oscillateur harmonique est $E_\mathrm{T} = \frac{1}{2}kA^2$:

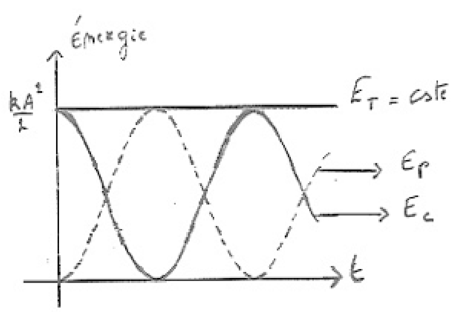
Que représente physiquement cette constante $k = m\omega^2$?

Pour un pendule élastique (un ressort)

k est la constante de raideur du ressort $F = kx$(loi de Hooke) où x étant l'allongement du ressort à l'équilibre lorsque ce dernier est soumis à une force de traction (ou de compression) F.

Pour un pendule simple $k = m\omega^2$ $\omega = 2\frac{\pi}{T}$ et $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Don $\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = 4\pi^2\frac{1}{4\pi^2}\frac{g}{L} = \frac{g}{L}$ et $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ où L est longueur du pendule et m, sa masse.

1.5 Évolution au cours du temps des énergies cinétique, potentielle et totale.



On remarque que lorsque l'énergie cinétique est maximale alors l'énergie potentielle est nulle et vice versa. Il y a constamment conversion de l'énergie cinétique en potentielle et vice versa, de telle sorte que l'énergie totale reste constante.

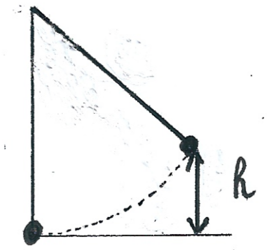
Variation de l'énergie cinétique $E_c(t) = \frac{1}{2}mv(t) = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \phi)$

Variation de l'énergie potentielle $E_p(t) = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \phi)$

L'énergie totale reste constante. Elle est égale à la somme des énergies cinétique et potentielle.

$$E_c(t) + E_p(t) = E_t = \text{constante}$$

1.6 Énergie d'un oscillateur harmonique - exercices



1.6.1 Exercice 1

Un pendule simple de longueur égale à 40 cm et d'une masse de 50 g est lâché lorsqu'il fait un angle de 10° avec la verticale.

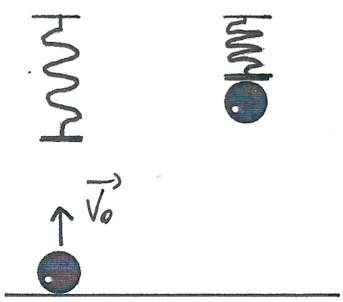
1. Calculez son énergie potentielle maximale.
2. Calculez sa vitesse maximale.
3. Calculez sa vitesse à mi-hauteur.
4. Quelle est son énergie totale ?

1.6.2 Exercice 2

Pour lancer une boule (masse 50 g) de « flipper », on comprime de 10 cm un ressort d'une constante de raideur égale à 200 N/m. Quelle sera la vitesse de la boule lorsqu'elle aborde le virage au bout d'une course rectiligne de 1,5 m après qu'elle ait quitté le ressort. Négligez tout frottement !

1. si le flipper est horizontal ?
2. s'il fait un angle de 5° avec l'horizontale ?

1.6.3 Exercice 3



Une balle de 500g est lancée verticalement vers le haut sur un ressort de constante de raideur égale à 32 N/m et de masse négligeable. La vitesse de lancer de 2 m/s.

Le ressort se comprime de 12 cm lorsque la bille atteint sa hauteur maximale.

Quelle est la hauteur atteinte par la bille ?

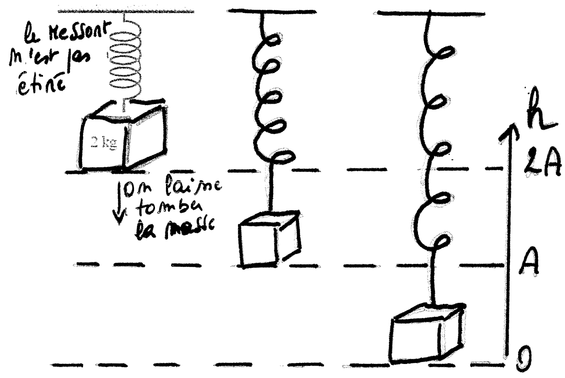
1.6.4 Exercice 4

Un fusil de fléchettes comprend un ressort de raideur k = 250 N/m, de longueur à vide l0 = 12 cm et qui, comprimé par la fléchette de masse 25 g, ne mesure plus que l = 4,0 cm.

1. Avec quelle vitesse la fléchette sort-elle du fusil dans le cas d'un tir horizontal. Faire le calcul sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil.

2. Quelle altitude maximale peut-elle atteindre dans le cas d'un tir vertical ? Faire le calcul sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil ni de la résistance de l'air.

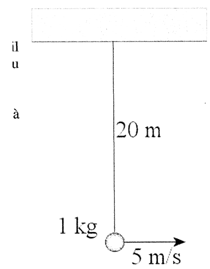
1.6.5 Exercice 5



La masse de 2 kg de la figure ci-contre est suspendue au plafond avec un ressort de masse négligeable et dont la constante de raideur vaut 200 N/m. Au départ, le ressort n'est pas étiré ni comprimé. On laisse alors tomber la masse sans la pousser. On aura alors un mouvement d'oscillation de la masse.

1. Quelle sera la distance parcourue par le ressort avant qu'il n'entame sa remontée verticale ?

2. Quelle sera la vitesse maximale du ressort ?



1.6.6 Exercice 6

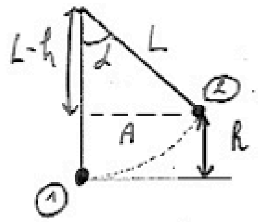
Le pendule de la figure ci-contre est en mouvement harmonique et a une vitesse de 5 m/s quand il passe par sa position d'équilibre. Quelle est la vitesse du pendule lorsqu'il fait un angle de 10° par rapport à la verticale ?

2 Résolutions

EXERCICE 1

Un pendule simple de longueur égale à 40 cm et d'une masse de 50 g est lâché lorsqu'il fait un angle de 10° avec la verticale.

a) Calculez son énergie potentielle maximale.



Il y a deux façons de procéder car l'Énergie potentielle maximale est l'Énergie potentielle gravifique que le pendule a en position 2 (cf. schéma)

(Remarque : dans ce problème, il n'y a pas d'Énergie potentielle élastique car il n'y a pas de ressort.)

1) Ou l'Énergie potentielle gravifique en 2 (que je vais noter $E_{g(2)}$) $= mgh$

2) Ou bien $E_{g(2)} = E_T = \frac{kA^2}{2}$ (car la seule énergie que le pendule a en position 2 est de l'énergie potentielle gravifique $= E_T$ (Énergie totale))

Je vais avoir besoin de h et de A

1) h ?
$\cos\alpha = \frac{L-h}{L} \Rightarrow \boxed{h = L - L\cos\alpha}$

2) A ?
$\sin\alpha = \frac{A}{L} \Rightarrow \boxed{A = L\sin\alpha}$

[1] Calculons $E_{g(2)} = mgh$

$E_{g(2)} = mgh = mg(L - L\cos\alpha) = 0{,}050 \cdot 9{,}81\,(0{,}4 - 0{,}4\cdot\cos 10°)$

$\alpha = 10°$
$L = 0{,}4\,m$
$m = 0{,}050\,kg$

$\Rightarrow \boxed{E_{g(2)} = 0{,}003\,J}$

[2] Autre façon de procéder : Calculons $E_{g(2)} = E_T$ (Énergie totale du pendule)

$E_T = E_C + E_g + E_{El}$ (= 0 car il n'y a pas de ressort)

$E_C = 0$ (car en 2, $v = 0$)

or $E_T = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$ et $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\Rightarrow E_T = \frac{m\cdot 4\pi^2 A^2}{2T^2}$ avec $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g} \Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{g}{4\pi^2 L}$

$\Rightarrow E_T = \frac{m\cdot \cancel{4\pi^2}\cdot A^2}{2}\cdot\frac{g}{\cancel{4\pi^2}L} = \frac{mA^2 g}{2L}$ avec $A = L\sin\alpha$

$\Rightarrow E_T = \frac{mL^2\sin^2\alpha\cdot g}{2L} = \frac{mL\sin^2\alpha\cdot g}{2} = \frac{0{,}050\cdot 0{,}4\cdot(\sin 10°)^2\cdot 9{,}81}{2}$

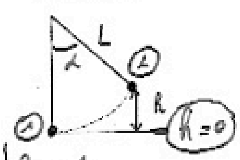
$\Rightarrow \boxed{E_T = 0{,}003\,J}$:) On obtient bien la même valeur qu'en [1] (mais le chemin était moins rapide...)

Remarque : ne vous affolez pas... la résolution de cet exercice prend 3 lignes (cf [1]). J'ai pris une page à vous expliquer puisque je ne sais pas le faire de vive voix. Mais c'est un bel exercice, vous ne trouvez pas ? :)

Exercice 1 (suite)

b) Calculez sa vitesse maximale.

V_{max} ?



Rappel :
$h = L - L\cos\alpha$
$A = L\sin\alpha$

Il y a de nouveau deux façons de procéder. Soit par le principe de conservation d'énergie [1], soit avec les équations de la cinématique de l'OH [2]

[1] Principe de conservation d'énergie

$$E_{T(1)} = E_c + E_g + E_{él} = \frac{m V_{max}^2}{2} + 0 + 0$$

$E_g = 0$ car $h = 0$ en (1) ; $E_{él} = 0$ car il n'y a pas de ressort ; E_c car en (1) la vitesse est max

$$\Rightarrow E_{T(1)} = \frac{m V_{max}^2}{2}$$

$$E_{T(2)} = E_c + E_g + E_{él} = 0 + mgh + 0$$

$E_c = 0$ car $v = 0$ en (2) ; $E_{él} = 0$ car il n'y a pas de ressort

$$\Rightarrow E_{T(2)} = mgh$$

Et par le principe de conservation d'énergie : $E_{T(1)} = E_{T(2)}$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{m} V_{max}^2}{2} = \cancel{m} g h \Rightarrow V_{max} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot g (L - L\cos\alpha)}$$

$$\Rightarrow V_{max} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,(0{,}4 - 0{,}4 \cdot \cos 10^\circ)} = \boxed{0{,}34\ m/s = V_{max}}$$

[2] V_{max} ? $V_{max} = A\omega = A\frac{2\pi}{T}$; $A = L\sin\alpha$; $\frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$

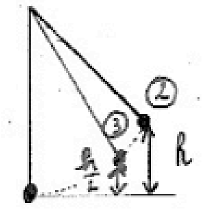
$$\Rightarrow V_{max} = L \cdot \sin\alpha \cdot \cancel{2\pi} \cdot \frac{1}{\cancel{2\pi}}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$= L\sin\alpha\sqrt{\frac{g}{L}} = \sin\alpha \cdot \sqrt{\frac{L^2 g}{L}} = \sin\alpha\sqrt{L \cdot g}$$

$$\Rightarrow V_{max} = \sin 10^\circ \sqrt{0{,}4 \cdot 9{,}81} = \boxed{0{,}34\ \frac{m}{s} = V_{max}}$$

Exercice 1 (suite)

c) Calculez sa vitesse à mi-hauteur.



Principe de conservation d'Energie

$E_{T②} = E_{T③}$ (V_3 ?)

a) $E_{T②} = E_c + E_g + E_{EP} = 0 + mgh + 0$

$E_{T②} = mgh$

b) $E_{T③} = E_c + E_g + E_{EP} = \frac{mV_3^2}{2} + mg\frac{h}{2} + 0$

à mi-hauteur

$E_{T②} = E_{T③} \Rightarrow \cancel{m}gh = \frac{\cancel{m}V_3^2}{2} + \cancel{m}g\frac{h}{2} \Rightarrow \frac{V_3^2}{2} = gh - g\frac{h}{2} = \frac{2gh - gh}{2}$

$\Rightarrow \frac{V_3^2}{2} = \frac{gh}{2} \Rightarrow V_3 = \sqrt{gh} = \sqrt{g(L - L\cos\alpha)} = \sqrt{9{,}81(0{,}4 - 0{,}4.\cos 10^\circ)}$

$\Rightarrow \boxed{V_3 = 0{,}24 \frac{m}{s}}$

Remarquez que la vitesse à mi-hauteur n'est pas égale à la moitié de la vitesse max. (Normal, le problème n'est pas linéaire mais harmonique).

d) Quelle est son énergie totale ?

$\boxed{E_T = \frac{kA^2}{2}}$ avec $\boxed{k = m\omega^2}$ $\boxed{E_T = 0{,}003\ J}$ (cf. a) [2])

ou

$E_T = \frac{mV_{max}^2}{2} = \frac{0{,}050 . 0{,}34^2}{2} = \boxed{0{,}003\ J = E_T}$

ou

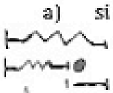
$E_T = mgh = \boxed{0{,}003\ J = E_T}$ (cf. a) [1])

EXERCICE 2

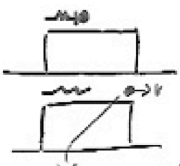
Pour lancer une boule (masse 50 g) de « flipper », on comprime de 10 cm un ressort d'une constante de raideur égale à 200 N/m. Quelle sera la vitesse de la boule lorsqu'elle aborde le virage au bout d'une course rectiligne de 1,5 m après qu'elle ait quitté le ressort. Négligez tout frottement !

$m = 0{,}050\ kg$
$y = 0{,}1\ m$
$k = 200\ N/m$
$v\ ?$
$d = 1{,}5\ m$

a) si le flipper est horizontal ? $V\ ?$



le ressort est comprimé d'une distance y $\Rightarrow$ il contient de l'énergie potentielle élastique $E_e = \frac{ky^2}{2}$



$E_T = \frac{ky^2}{2}$

$E_T = \frac{mv^2}{2}$

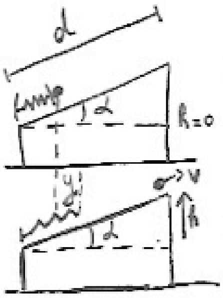
$\frac{ky^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{ky^2}{m}}$

$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{200 \cdot 10^{-2}}{50 \cdot 10^{-3}}} = 6{,}3\ m/s$

$\boxed{V = 6{,}3\ \frac{m}{s}}$

l'énergie élastique du ressort comprimé s'est convertie en énergie cinétique de la balle

b) s'il fait un angle de 5° avec l'horizontale ? $\alpha = 5°$ $V\ ?$



$E_T = \frac{ky^2}{2}$ (La seule énergie est l'énergie élastique emmagasinée dans la compression du ressort)

$E_T = \frac{mv^2}{2} + mgh$ (La balle a de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle gravifique)

$\Rightarrow \frac{ky^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh$ $v\ ?$ $h\ ?$ $\sin\alpha = \frac{h}{d}$

$\Rightarrow h = d \sin\alpha$

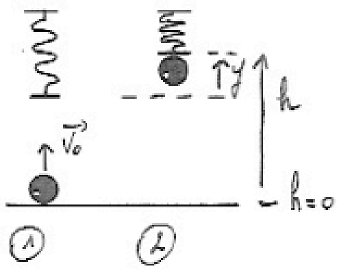
$\boxed{V = 6{,}12\ \frac{m}{s}\ (22\ \frac{km}{h})}$

$\Rightarrow \frac{mV^2}{2} = \frac{ky^2}{2} - mgh \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{ky^2}{2} - mgh\right)} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{ky^2}{2} - mgd\sin\alpha\right)}$

$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2\left(\frac{200 \cdot 10^{-2}}{2} - 50 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 \cdot \sin 5°\right)}{50 \cdot 10^{-3}}} = 6{,}12\ \frac{m}{s}$

EXERCICE 3

Une balle de 500g est lancée verticalement vers le haut sur un ressort de constante de raideur égale à 32 N/m et de masse négligeable. La vitesse de lancer de 2 m/s.
Le ressort se comprime de 12 cm lorsque la bille atteint sa hauteur maximale.
Quelle est la hauteur atteinte par la bille ?



$m = 0{,}5\ kg$

$k = 32\ \frac{N}{m}$

$V_0 = 2\ m/s$

$y = 0{,}12\ m$ ⇒ distance de compression du ressort

h ?

$E_{T1} = E_{T2}$ ⇒ Principe de conservation d'Energie

1) $E_{T1} = E_c + E_g + E_{EP}$

$= \frac{mV_0^2}{2} + 0 + 0$ (la seule énergie est l'Energie cinétique de la balle)

2) $E_{T2} = E_c + E_g + E_{EP}$

$= 0 + mgh + \frac{ky^2}{2}$

$V_{balle} = 0$; mgh : Energie gravifique de la balle ; $\frac{ky^2}{2}$ ⇒ un ressort est comprimé

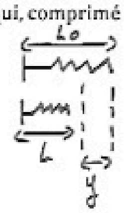
⟹ $\frac{mV_0^2}{2} = mgh + \frac{ky^2}{2}$ (car $E_{T1} = E_{T2}$) $\boxed{h = 15{,}7\ cm}$

$\Rightarrow h = \left(\frac{mV_0^2}{2} - \frac{ky^2}{2}\right) \cdot \frac{1}{mg}$

$\Rightarrow h = \left(\frac{0{,}5 \cdot 2^2}{2} - \frac{32 \cdot 0{,}12^2}{2}\right) \cdot \frac{1}{0{,}5 \cdot 9{,}81} = 0{,}157\ m$

EXERCICE 4

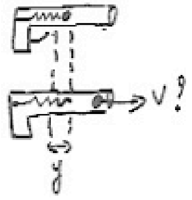
Un fusil de fléchettes comprend un ressort de raideur k = 250 N/m, de longueur à vide l_0 = 12 cm et qui, comprimé par la fléchette de masse 25 g, ne mesure plus que l = 4.0 cm.



$L_0 = 12$ cm ; $L = 4$ cm $\Rightarrow y = 8$ cm $= 0{,}08$ m

$m = 25 \cdot 10^{-3}$ kg ; $k = 250 \frac{N}{m}$

a) Avec quelle vitesse la fléchette sort-elle du fusil dans le cas d'un tir horizontal. Faire le calcul sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil.



$\Rightarrow E_T = \frac{ky^2}{2}$

$\Rightarrow E_T = \frac{mV^2}{2}$

$\frac{ky^2}{\cancel{2}} = \frac{mV^2}{\cancel{2}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{ky^2}{m}}$

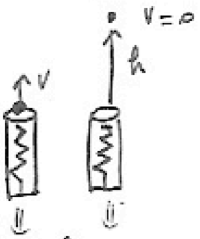
$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{250 \cdot 0{,}08^2}{25 \cdot 10^{-3}}} = 8 \frac{m}{s}$

$\left(\cong 30 \frac{km}{h}\right)$

$\boxed{V = 8 \frac{m}{s}}$

b) Quelle altitude maximale peut-elle atteindre dans le cas d'un tir vertical ? Faire le calcul sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil ni de la résistance de l'air.

Le ressort n'est plus comprimé.

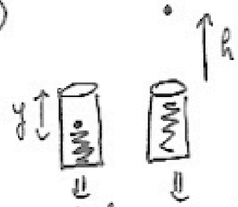


$E_T = \frac{mV^2}{2}$ $E_T = mgh$

$\Rightarrow \frac{\cancel{m}V^2}{2} = \cancel{m}gh$

$\Rightarrow h = \frac{V^2}{2g} = \frac{64}{2 \cdot 9{,}81} = 3{,}3$ m

OU



$E_T = \frac{ky^2}{2}$ $E_T = mgh$

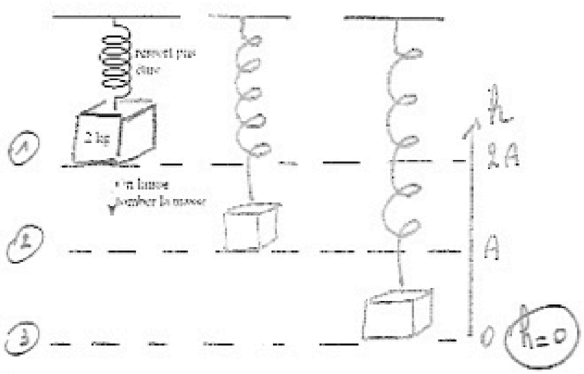
$\Rightarrow \frac{ky^2}{2} = mgh \Rightarrow h = \frac{ky^2}{2mg}$

$\Rightarrow h = \frac{250 \cdot 0{,}08^2}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81} = 3{,}3$ m

$\boxed{h = 3{,}3 \text{ m}}$

QUESTION 5

La masse de 2 kg de la figure est suspendue au plafond avec un ressort donc la constante vaut 200 N/m. Au départ, le ressort n'est pas étiré ni comprimé. On laisse alors tomber la masse sans la pousser. On aura alors un mouvement d'oscillation de la masse.



a) Quelle sera la distance parcourue par le ressort avant qu'il n'entame sa remontée verticale ?

$E_{T(1)} = mg2A$

$E_{T(3)} = \frac{k(2A)^2}{2}$

$\Rightarrow mg2A = \frac{k4A^2}{2} = k2A^2$

$\boxed{2A = 0,1962\ m}$

$\Rightarrow mg = kA \Rightarrow A = \frac{mg}{k} = \frac{2\cdot 9,81}{200}$

$\Rightarrow A = 0,098 m$

$\Rightarrow$ distance parcourue $= 2A = 0,1962\ m$

Cette méthode est bien plus rapide...

b) Quelle sera la vitesse maximale du ressort ?

$E_{T(2)} = E_{T(1)} \Rightarrow \frac{mV_{max}^2}{2} + mgA + \frac{kA^2}{2} = mg2A$

$\Rightarrow \frac{mV_{max}^2}{2} = mg2A - mgA - \frac{kA^2}{2}$

ou $V_{max} = A\omega = 0,098 \cdot \frac{2\pi}{0,6283}$

$V_{max} = 0,98\ m/s$

$\Rightarrow V_{max}^2 = \left(mgA - \frac{kA^2}{2}\right)\frac{2}{m}$

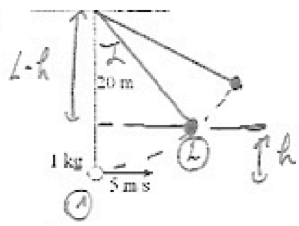
$V_{max} = \sqrt{2gA - \frac{kA^2}{m}}$

$\boxed{V_{max} = 0,98\ \frac{m}{s}}$

$V_{max} = \sqrt{2\cdot 9,81\cdot 0,098 - \frac{200\cdot(0,098)^2}{2}} = 0,98\ \frac{m}{s}$

QUESTION 6

Le pendule de la figure ci-contre a une vitesse de 5 m/s quand il est à sa position d'équilibre. Quelle est la vitesse du pendule lorsqu'il fait un angle de 10° par rapport à la verticale ?



⚠ en 2

$V \neq 0$ (il n'a pas atteint sa hauteur max)

$\alpha = 10^\circ$

$$E_{T1} = \frac{mV_{max}^2}{2}$$

$$E_{T1} = mgh + \frac{mV^2}{2}$$

$\Rightarrow h$? $\Rightarrow \cos\alpha = \frac{L-h}{L} \Rightarrow L\cos\alpha = L-h$

$\Rightarrow h = L - L\cos\alpha = 20 - 20\cos 10^\circ$

$\Rightarrow h = 0{,}304\,m$

$$\Rightarrow \frac{mV_{max}^2}{2} = mgh + \frac{mV^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{V^2}{2} = \frac{V_{max}^2}{2} - gh$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{2\left(\frac{V_{max}^2}{2} - gh\right)} = \sqrt{2\left(\frac{5^2}{2} - 9{,}81 \cdot 0{,}304\right)}$$

$$\Rightarrow V = 4{,}36\ \frac{m}{s}$$

$$\boxed{V = 4{,}36\ \frac{m}{s}}$$